

Algorithmen und Datenstrukturen

Algorithmen und Datenstrukturen

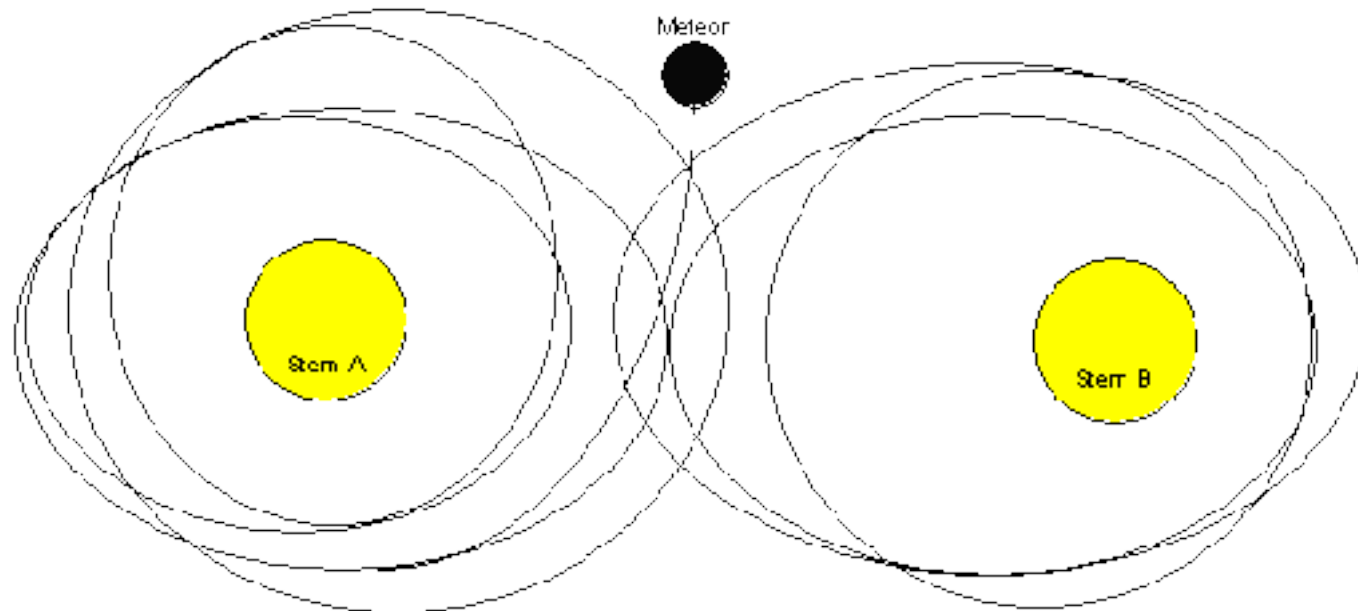
Foliensatz, 31.10.2005

Wintersemester 2005/2006

Grenzen der Modellierbarkeit

Grenzen der Modellierbarkeit

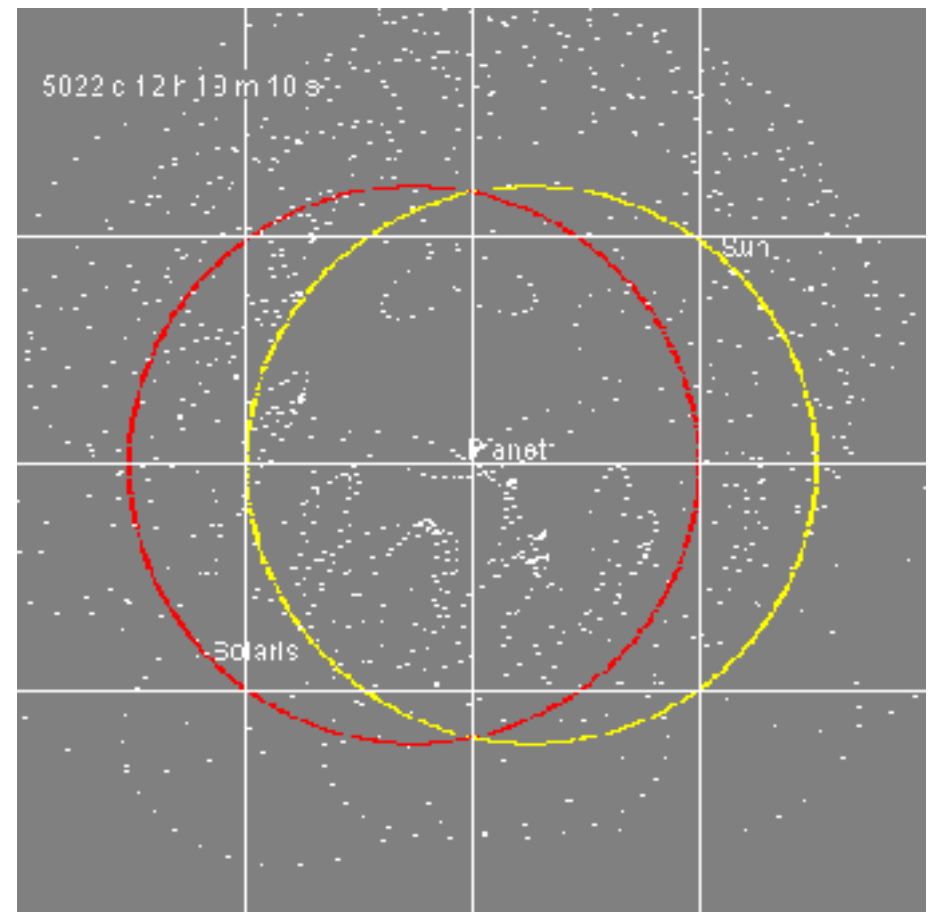
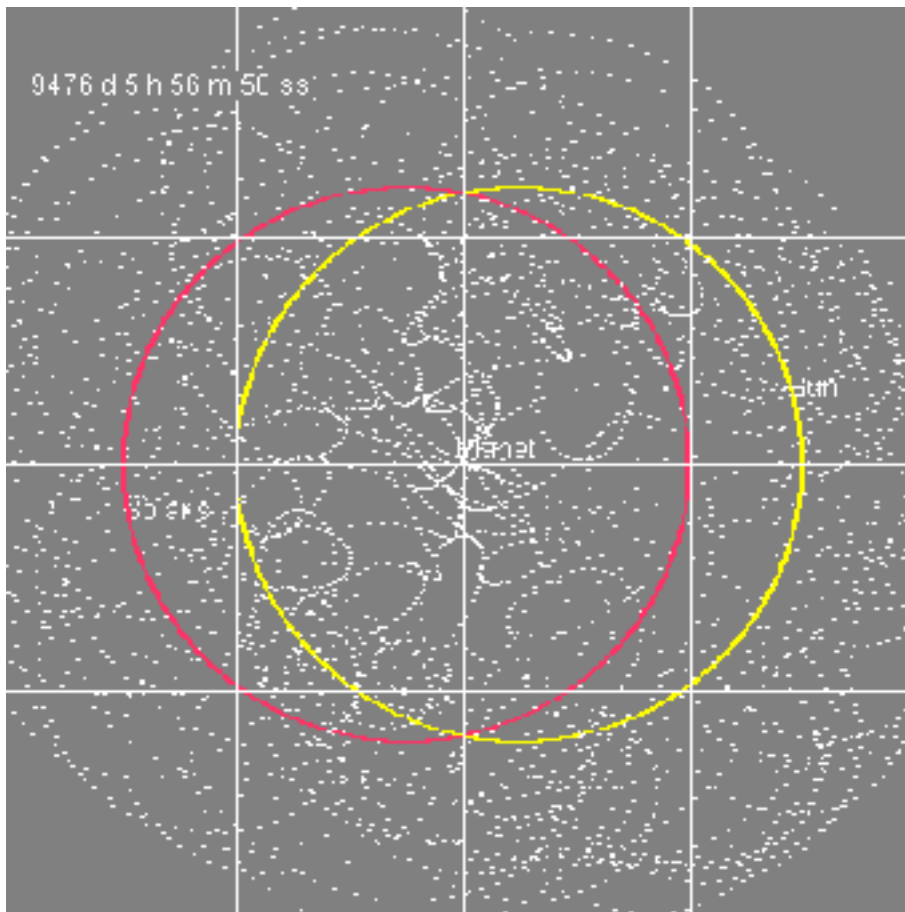
- Kann jedes empirische System beliebig genau modelliert werden?
 - Es gibt reale Systeme, deren Verhalten durch kein Modell genau beschrieben werden kann.
 - Beispiel: Drei-Körper-Problem.



Grenzen der Modellierbarkeit

- **Drei-Körper-Problem**

- Simulation des Dreikörperproblems: Abstand der Sonnen vom Ursprung: 1011 m,
- Abstand des Planeten vom Ursprung: 10 m im linken, 7 m im rechten Bild.



Grenzen der Modellierbarkeit

- Simulation
- klassisch mathematische Methoden,
 - Stetigkeit im Verhalten von Systemen
("Die Natur macht keine Sprünge")
- Zustände variieren bei wenig verschiedenen Anfangszuständen
 - kleine Schwankungen des Anfangszustands führen zu großen Schwankungen des Endzustands
- Probleme
 - Wettervorhersage über mehrere Wochen

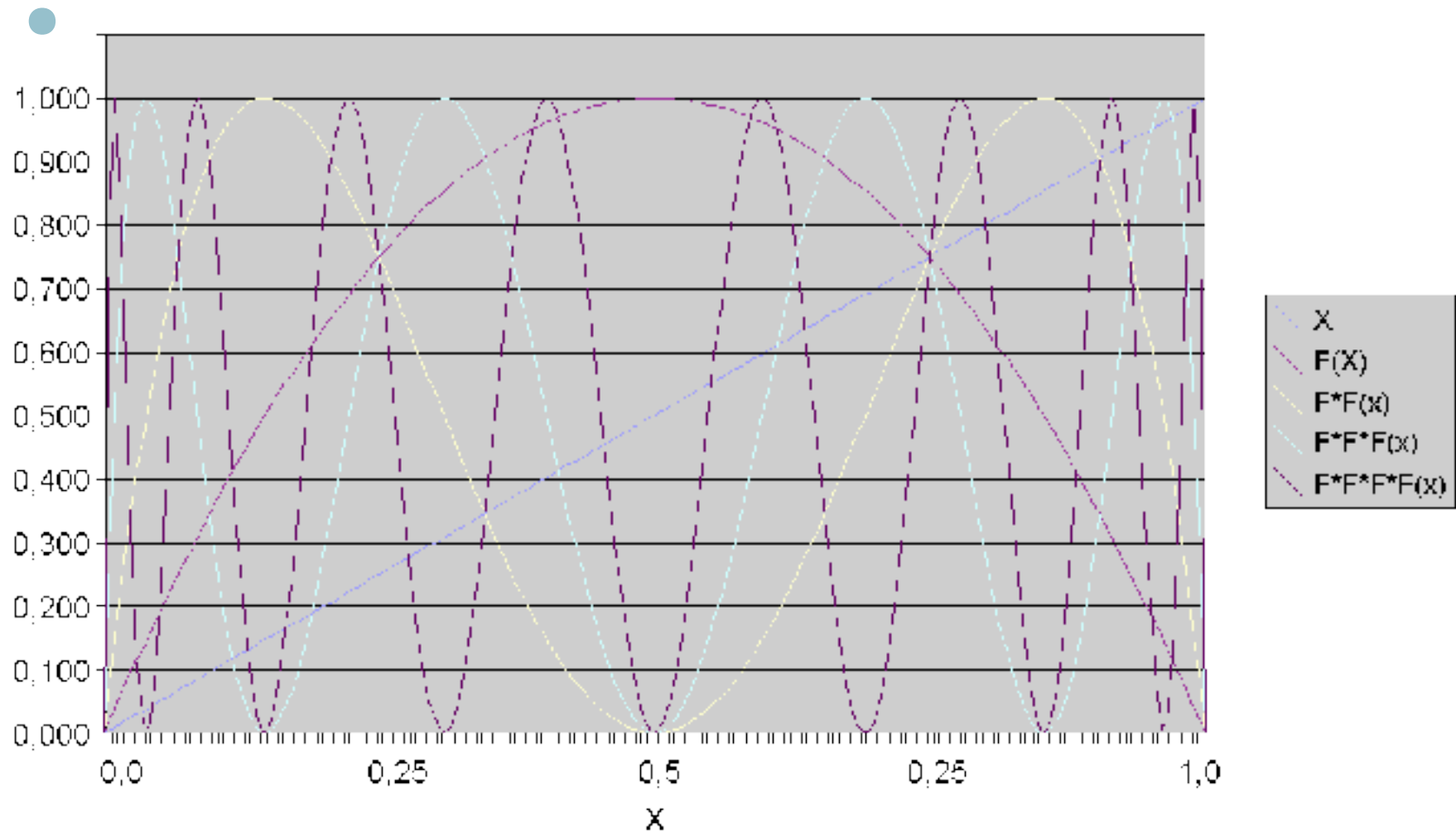
Grenzen der Modellierbarkeit

- Begrenztes Wachstum
 - P eine Population, z.B. die Fische in einem Fischteich
 - Vermehrungs-/Sterberate hängen von Anzahl der Fische ab
 - Population auf 1 normiert
 - Näherungsmodell für die Population
$$P_n := P_{n-1} * (1 - P_{n-1}) * S$$
 - jede Iteration entspricht einer Generation
 - S geeigneter Faktor zur Skalierung
 - Für $S = 4$ erhält man unkontrollierbares Verhalten
 - Population ändert sich sprunghaft
 - kein kontinuierliches Wachstum
 - unkontrollierbares Wachstum

Grenzen der Modellierbarkeit

- Logistische Funktion

Logistische Funktion

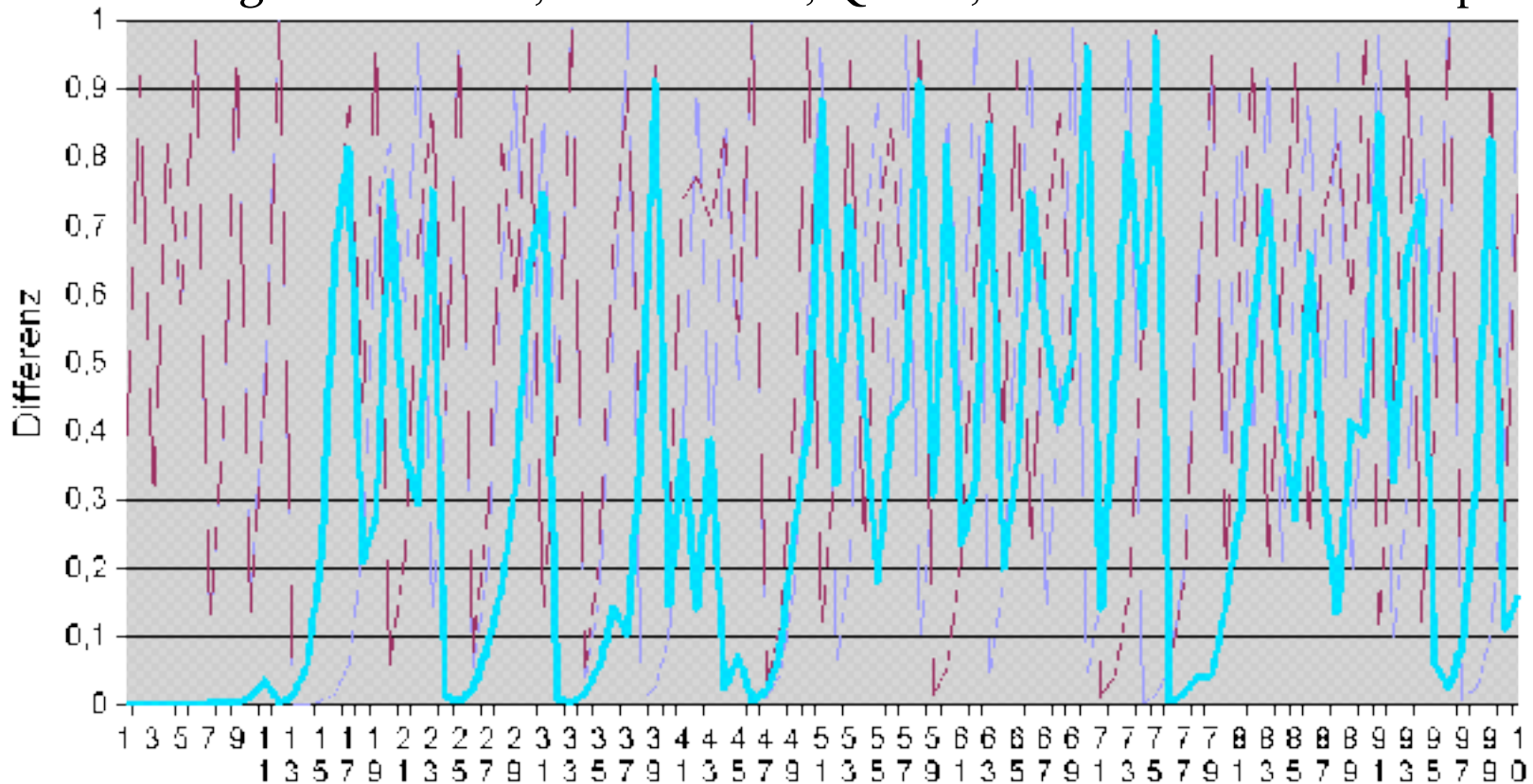


Grenzen der Modellierbarkeit

- Logistische Funktion

- Differenz der Größe zweier Populationen in einem System mit begrenztem Wachstum, $S = 4$.

Anfangswerte $P_1 = 0,1$ für die eine, $Q_1 = 0,10001$ für die andere Population



Grenzen der Modellierbarkeit

- Logistische Funktion
 - Verhalten solcher Systeme nicht vorhersagbar
 - jede allgemeine Aussage über ein solches System ist falsch
 - solche Systeme werden auch als chaotisch bezeichnet.
 - Untersuchung nichtlinearer dynamischer Systeme geht auf H. Poincaré (1854 -1912) zurück
 - Beispiele für (von oben) konvexe Funktionen

